Bolygómozgás

Szőke Kálmán Benjamin SZKRADT.ELTE

2012. április 6.

1. Bevezetés

Ebben a jegyzőkönyvben a bolygó mozgásának modellezése volt a feladat. A forrsákód a szimulációhoz elérhető volt a kurzus honlapján.

2. Elméleti leírás

A bolygók mozgását a Kepler 3. törvényével tudjuk leírni. Ez bármely két testre érvényesek, és nem csak ellipszis hanem parabola és hiperbola pályákra is amik létezhetnek a természetben.

Két test közötti tömegvonzás:

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$

Az erőtér centrális, így a perdület megmaradás érvényes és a mozgás egy síkban történik. Esetünkben a Nap és a bolygók mozgását modellezük. A nagy tömegkülönbségek miatt tekinthetjük a Napot mozdulatlannak és a bolygók tömegét elhanyagolhatóan kicsinek hozzá képest.

Az ellipszis pálya miatt az origótól mért távolságot kifejezhetjük a θ szög függvényében, és meghatározhatjuk a pálya adott pontjához tartozó sebességet:

$$r(\theta) = \frac{a(1-\epsilon^2)}{1-\epsilon\cos\theta}$$

$$b = a\sqrt{1-\epsilon^2}$$

$$v = \sqrt{G(m_1 m_2)\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

Kepler 3. törvényét felhasználva a keringési időt a következő:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 m_2)}}$$

A távolságot Csillagászati Egységben és az időt földi évben mérjük a szimulációk során.

3. Algoritmus változtatásai

A Newton törvényét kiegészítettem a relativisztikus korrekcióval.

```
f[3] = - GmPlusM * r_x / rCubed*(1 + (1.1e-8/rSquared));
f[4] = - GmPlusM * r_y / rCubed*(1 + (1.1e-8/rSquared));
```

A bevezetett 3 függvénynek köszönhetően a tengelyek elfordulását számoltattam ki. Az első az adott pont koordinátáiból kiszámítja az origótol való távolságot, a második a két pont különbségének az origótól való távolságát, a harmadik az adott pont és az origó által meghatározott egyenes és az x-tengely által bezárt szöget.

```
double dist(Vector &x){ //distance from origo
return sqrt(x[1]*x[1]+x[2]*x[2]);
}
double megadist(Vector  &x,Vector &y){
return sqrt((x[1]-y[1])*(x[1]-y[1])+(x[2]-y[2])*(x[2]-y[2]));
}
double somealgo(Vector &x){
return atan2(x[2],x[1])*180/PI;
}
```

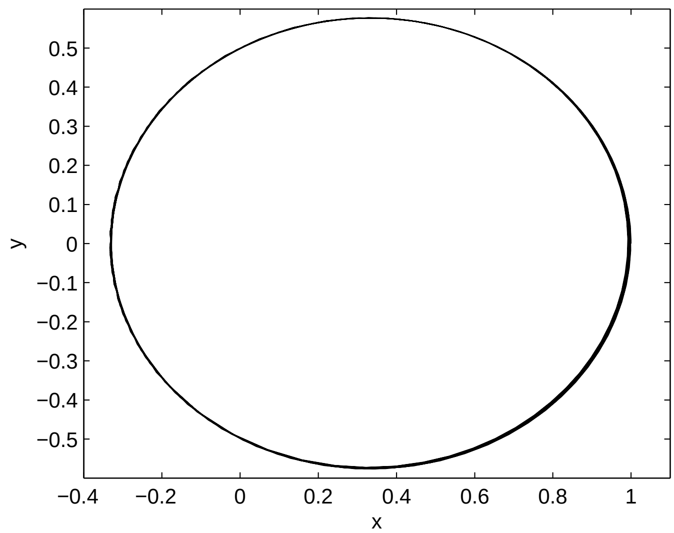
Az eredményeket azaz a perihéliumot, afféliumot és a perihélium és az origó által bezárt szöget külön fileba kértem.

```
for(int i = 0; i < 5; ++i) periFile << perihelium[i] << '\t';
for(int i = 0; i < 5; ++i) periFile << affelium[i] << '\t';
if(somealgo(perihelium)>=50) periFile<<-(-180+somealgo(perihelium))<<'\t';
else periFile << 180+somealgo(perihelium) << '\t';
periFile << megadist(perihelium,affelium) <<endl;
```

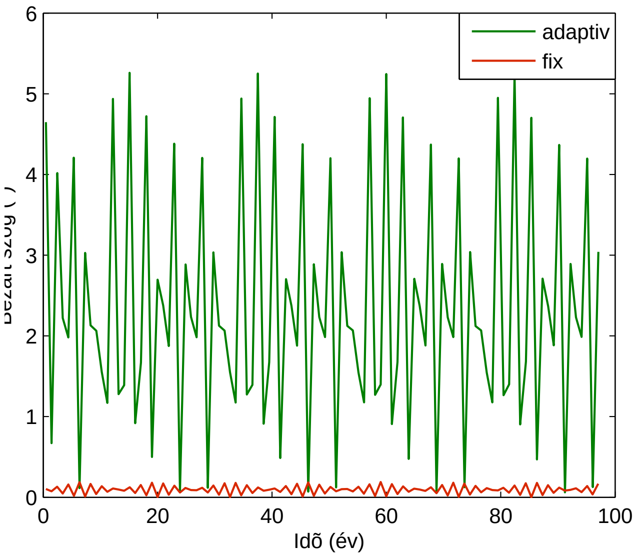
4. Eredmények

4.1. A Föld pályája

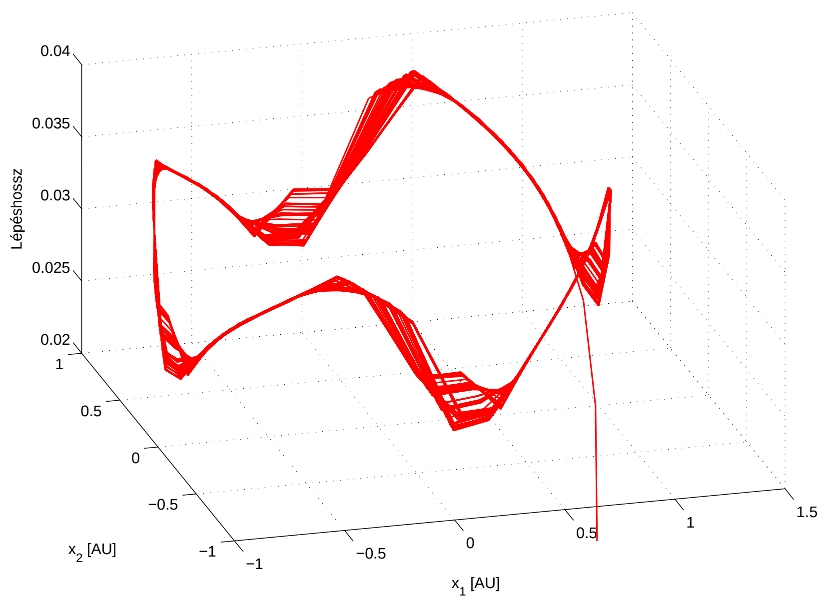
Az első feladatban a Föld pályáját szimuláltam. Ez 1 AU és 0.0167 excentricitásnak felelt meg. A következő ábra a perihélium elfordulásokat ábrázolja fix lépésközökkel és adaptív változtatással.



1. ábra. Bolygópálya



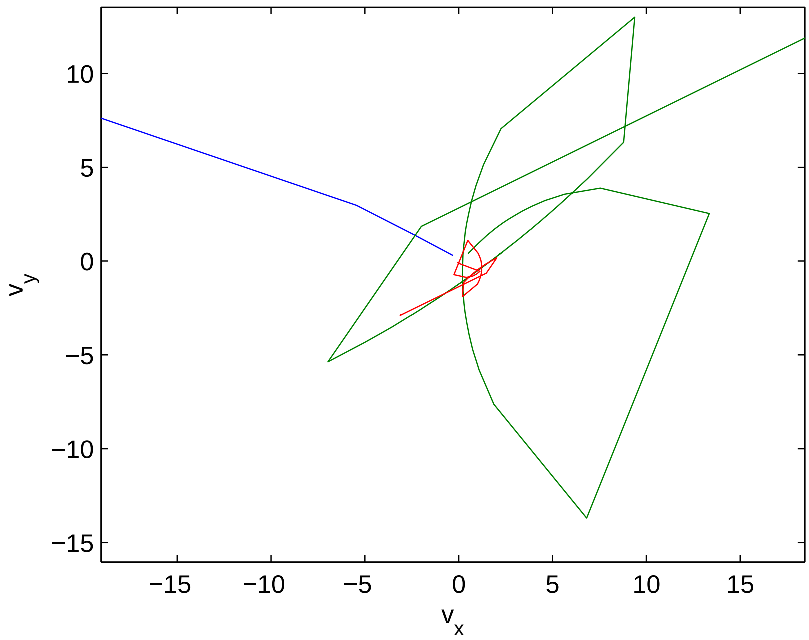
2. ábra. Nagytengyel szögének változása



3. ábra. Lépéshossz változás

4.2. 3 test probléma

A feladat elvégzéséhez a Buffalo-i egyetem kurzusának weboldalán talált 3 test probléma megoldását szimuláló programot használtam. Eredményként a 3 test sebesség változását ábrázoltam két dimenzióban.



4. ábra. 3 test probléma sebesség változása

Tartalomjegyzék

Hivatkozások

[1] Jegyzet
http://complex.elte.hu/∼csabai/szamszim/

[2] C++ forráskód
http://complex.elte.hu/∼csabai/szamszim/code/sz2009/planets/kepler.cpp

[3] C++ forráskód
http://www.physics.buffalo.edu/phy410-505/topic2/app2/planar3body.cpp