Modern Fizika Labor

Fizika BSc

<table>
<tr><td>A mérés dátuma:
2011. nov. 29.</td><td>A mérés száma és címe:
2. Az elemi töltés meghatározása</td><td rowspan="2">Értékelés:</td></tr>
<tr><td>A beadás dátuma:
2011. dec. 11.</td><td>A mérést végezte:
Szőke Kálmán Benjamin
Domokos Zoltán</td></tr>
</table>

1. Bevezetés

1.1. A mérés célja

A mérés során az elemi töltést, vagyis egy elektron töltését határoztuk meg. Az elemi töltés meghatározását a múlt század elején Millikan végezte el. Mérésünk kis módosításokkal ennek a módszernek az alkalmazása.

1.2. A mérési leírás

A mérést makroszkopikusnak tekinthető olajcseppekkel végeztük, melyeket egy síkkondenzátor két lemezei között lévő homogén elektromos térbe helyeztünk. A síkkondenzátor lemezei közé olajat porlasztva az olaj cseppek egyenletes sebességgel esnek, illetve emelkednek az elektromos tér irányától és nagyságától függően. Egyenletes sebességű esésnél a cseppre ható erők egyensúlyban vannak. A mozgásegyenletet a cseppre ható gravitációs erő (F_g), a felhajtó erő (F_{fel}) és a közegben ható Stokes-féle súrlódási erővel (F_s) tudjuk felírni.

$$F_s = 6\pi\eta r v$$

(η a levegő belső surlodasi együtthatója, r az olajcsepp sugara, v a sebessége.)

$$F_s + F_{fel} = F_g$$

($\rho_o l$ és ρ_{lev} az olaj és a levegő sűrűsége, g pedig a gravitációs gyorsulás.)

$$6\pi\eta r v + \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_{lev} \cdot g = \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_{ol} \cdot g$$

$$6\pi\eta r v = \frac{4}{3} r^3 \pi \left(\rho_{ol} - \rho_{lev}\right) g$$

A cseppek sebességét megmérve, a sugaruk a fenti mozgásegyenletből meghatározhatóak az alábbi módon.

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v}{2 \cdot (\rho_{ol} - \rho_{lev}) \cdot g}}$$

Homogén E elektromos térbe helyezve a cseppeket, a fenti egyenlet módosúl egy qE nagyságú elektromos erővel. Ezért a csepp mozgási irányától függően az alábbi két egyenletet írhatjuk fel, amikor a felfelé vagy lefelé mozog.

$$6\pi\eta rv + \frac{4}{3}r^3\pi\rho_{lev} \cdot g = qE + \frac{4}{3}r^3\pi\rho_{ol} \cdot g$$

$$qE + \frac{4}{3}r^3\pi\rho_{lev} \cdot g = 6\pi\eta rv + \frac{4}{3}r^3\pi\rho_{ol} \cdot g$$

Egy csepp töltését a kiszámolt sugár segítségével már meghatározhatjuk ebből.

2. Kiértékelés

2.1. A mérés menete és a mérőberendezés

A mérés megkezdése előtt szükség volt a laborban lévő hőmérséklet és légnyomás mérésére is, mert a levegő viszkozitását, és a Stokes-törvény érvényességét befolyásolják.

$$T = 24\ [°C] = 297\ [K]$$

$$P = 1.033 \cdot 10^5\ [Pa]$$

A Sutherland-formula alapján a levegő viszkozitása:

$$\eta = \eta_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \cdot \frac{1 + \frac{C}{T_0}}{1 + \frac{C}{T}} = 1.825 \cdot 10^{-5}\ [Pa]$$

$$\rho_{lev} = 1.29\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

$$\rho_{ol} = 0.87\ \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

A mérés során a homogénnek tekinthető elektromos teret egy kondenzátor két fegyverzetei között valósítottuk meg. A kondenzátorra kapcsolt feszültség $600\,V$ körüli érték volt, a pontos értéket minden csepp mérésénél rögzítettük. A lemezek közé a külső burkolat kis lyukán egy pumpával olajat porlasztottunk, majd egy mikroszkóp segítségével figyeltük, hogy adott távolságot mennyi idő alatt tesznek meg a cseppek. Ehhez a mikroszkóp okulárjában lévő felosztás segített. Ennek egy kis osztása $div = 10^{-4}/1,875\ [m]$ volt. A cseppek sebességét tér nélkül, és elektromos térrel mértük meg.

2.2. Eredmények

i	megtett út $[10 \cdot div]$	idő mérés			U [V]
		tér nélkül [s]	fel térrel [s]	le térrel [s]	
1.	3	48.8	10.68	5.61	593
2.	3	71.67	9.67	7.32	599
3.	3	78.19	12.58	9.35	599
4.	3	104.47	7.49	6.98	597
5.	3	74.24	12.97	8.87	598
6.	3	57.58	15.25	9.85	598
7.	3	45.16	12.33	5.51	598
8.	3	78.12	10.68	8.37	597
9.	3	92.99	8.59	7.84	597
10.	3	110.88	7.68	7.38	598
11.	3	70.76	13.32	9.18	597
12.	3	89.69	9.41	8.24	597
13.	3	88.54	9.44	7.98	598
14.	3	82.9	10.72	8.24	597
15.	2	30.8	35.76	8.02	599
16.	2	28.06	25.02	8.47	599
17.	2	46.83	11.96	8.9	600
18.	2	51.66	11.18	7.35	599
19.	2	126.29	11.51	6.69	598
20.	2	49.03	6.39	4.69	598
21.	2	17.3	12.74	3.45	598
22.	2	35.23	22.17	6.85	599
23.	2	107.5	9.38	6.6	598
24.	2	42.29	5.47	3.99	600
25.	2	47.83	11.25	5.12	598
26.	2	46.83	11.1	7.34	600

1. táblázat. A mért értékek

A számításokhoz szükséges térerősséget ($E = U/d$) a feszültség (U) és a kondenzátorlemezek közti távolság ($d = 6\,[mm]$) hányadosaként kaptuk meg. Az alábbi táblázat tartalmazza a számolt sugár és töltésértékeket. A Stokes-féle súrlódási törvény csak abban az esetben érvényes, ha a csepp mérete meghaladja a közeg molekuláinak szabad úthosszát, ezér a feltétel miatt korrekciót kell figyelembe vennünk.

($K = 8.26 \cdot 10^{-3}\,Pa$, P pedig a fent mért légnyomás.)

$$F_s = 6\pi\eta r v \frac{1}{1+\frac{K}{P\cdot r}}$$

A cseppek töltésének meghatározásakor az így kiszámolt korrigált súrlódási erőt használtuk.

i	$r\ [10^{-5}\cdot m]$	$q_{fel}\ [10^{-17}\cdot C]$	$q_{le}\ [10^{-17}\cdot C]$
1.	2.556	1.625	2.246
2.	2.109	1.365	1.427
3.	2.020	1.027	1.048
4.	1.747	1.383	1.292
5.	2.073	1.037	1.136
6.	2.353	1.078	1.094
7.	2.657	1.515	2.338
8.	2.020	1.190	1.192
9.	1.852	1.303	1.197
10.	1.696	1.304	1.185
11.	2.123	1.048	1.113
12.	1.886	1.225	1.150
13.	1.898	1.229	1.195
14.	1.961	1.143	1.186
15.	2.627	0.5836	0.8906
16.	2.753	0.7649	0.8339
17.	2.131	0.8207	0.7115
18.	2.029	0.8113	0.8701
19.	1.298	0.4529	0.6762
20.	2.082	1.356	1.478
21.	3.506	1.759	2.995
22.	2.457	0.6636	1.062
23.	1.406	0.6002	0.7363
24.	2.242	1.699	1.867
25.	2.108	0.8523	1.354
26.	2.131	0.8713	0.8982

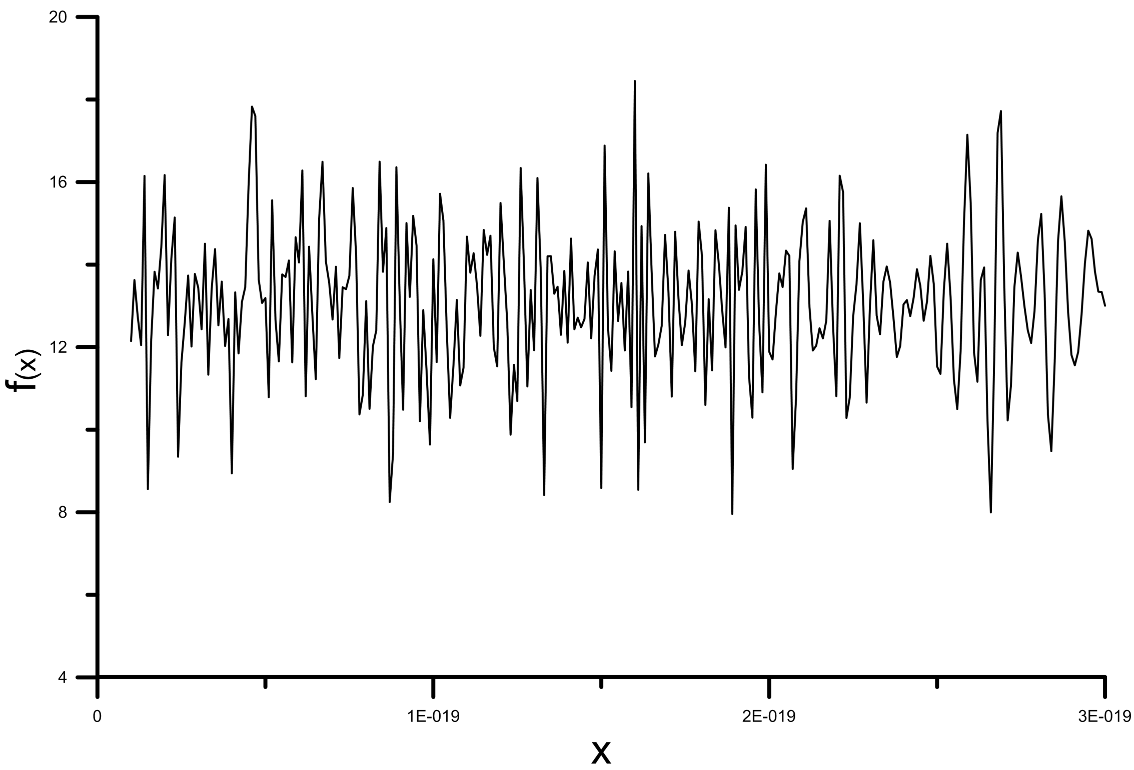
2. táblázat. A mért sugarak és töltések

A különböző irányú elektromos terek esetén a cseppek töltése megváltozott, ezért a két adatsort külön értékeltük ki. Ha a cseppek töltése csak néhányszorosa lenne az elemi töltésnek, akkor a legnagyobb közös osztó megadná a keresett elemi töltés nagyságát.

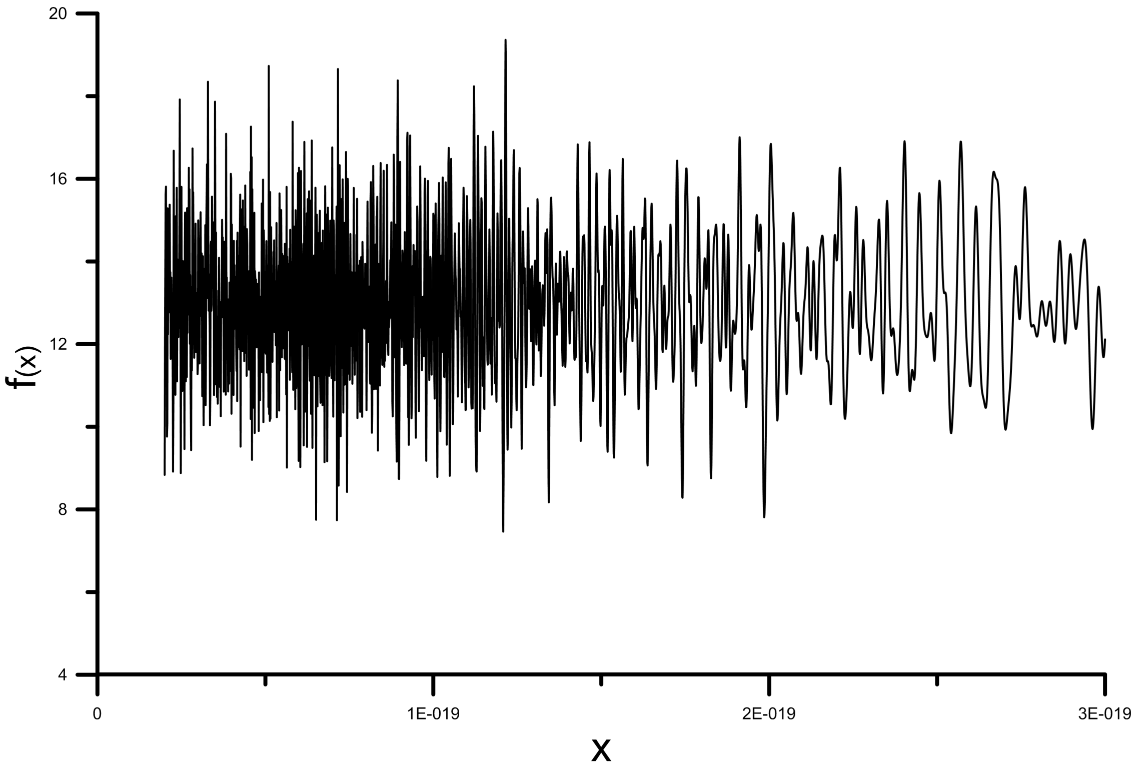
Mivel a mérés tanulsága szerint az egyes cseppek töltése többször tíz elemi töltés is lehet, mérésünk pontossága pedig nem elegendő ahhoz, hogy ekkora értékeknél bizonyossággal megtaláljuk a közös osztót, más kiértékelési módot kell alkalmaznunk. Különböző x-ek esetére vizsgáljuk az alábbi függvényt:

$$f(x) = \sum_i \sin^2\left(\pi \frac{q_i}{x}\right)$$

Ahol q_i az x független változó értékének egész számú többszöröse, ott a sin függvény zéros. Ez ritkán fordul elő a mérés során, viszont ha közel van a hányados egy egész számhoz, akkor a sin^2-re kicsiny értéket kapunk. Ráadásul megfelelően sok független mérés szummáját képezve a mérési bizonytalanságok kiejtik egymást. Ennek erédménye az, hogy az $f(x)$ függvényünknek minimumhelyei lesznek ott, ahol q_i az x egész számú többszöröse. A minimumhelyek közül a legnagyobb x-hez tartozónak kell lennie a keresett legnagyobb közös osztónak, azaz az elemi töltésnek. A kiértékelést a MatLab nevű programmal végeztük, x értékét 10^{-20} és $3 \cdot 10^{-19}$ között változtattuk h lépésközzel.



1. ábra. $f(x)$ Numerikus kiértékelése (fel) [$h = 0.1$]



2. ábra. $f(x)$ Numerikus kiértékelése (le) $[h = 0.01]$

$$q_{fel} = 1.89 \cdot 10^{-19}\ [C] \quad q_{le} = 1.2080 \cdot 10^{-19}\ [C]$$

$$\bar{q} = 1.549 \cdot 10^{-19}\ [C]$$

Mindkét adatsort kiértékelve az elemi töltés $(1.5 \pm 0.15) \cdot 10^{-19}\, C$ értéknek adódik. A mérési hibát a fegyverzetek közötti távolságmérés leolvasási hibájábólól adtuk meg, ami $\pm 0.05\, [m]$-nek adódott, így összességében 10%-os hibát kaptunk a végeredményben.

i	k [db]	
	fel	le
1.	104.8908541	144.9967464
2.	88.11850203	92.09305541
3.	66.33311514	67.68585973
4.	89.27743203	83.41905495
5.	66.92533018	73.35320215
6.	69.59116907	70.61043223
7.	97.81815994	150.9669391
8.	76.79737415	76.97034121
9.	84.10245685	77.24355048
10.	84.18181819	76.47602719
11.	67.63239261	71.87258692
12.	79.07077669	74.2157107
13.	79.31901661	77.14867056
14.	73.78873505	76.55560409
15.	37.6745747	57.49259435
16.	49.38223464	53.83666581
17.	52.98101154	45.93469122
18.	52.3746821	56.17478748
19.	29.235109	43.65519026
20.	87.55018976	95.43644961
21.	113.5652899	193.3507192
22.	42.8386587	68.55063542
23.	38.74439971	47.53558059
24.	109.6616222	120.5600869
25.	55.02013621	87.39635246
26.	56.25077559	57.98812135

3. táblázat. A mért töltés többszörösök

2.2.1. Kiértékelő MatLab script az $f(x)$ függvényre

```
q=load(q_data.dat);
x=[ 1: h : 30 ]./(10^20);    % h: lépésköz
f=[];
    for i=1:length(x);
        f=[f, sum( (sin((q./x(1,i)).*pi)).^2 )];
    end
plot(x,f)
data=[x;f]';
[minvalue,minidx]=min(f);
min_x=x(1,minidx)            % minimumhoz tartozó x érték
```

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés **1**

1.1. A mérés célja . . . 1

1.2. A mérési leírás . . . 1

2. Kiértékelés **2**

2.1. A mérés menete és a mérőberendezés . . . 2

2.2. Eredmények . . . 3

2.2.1. Kiértékelő MatLab script az $f(x)$ függvényre . . . 7

Hivatkozások

[1] Modern fizikai laboratórium, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 1995

[2] Kísérleti atomfizika, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 1998

[3] Jegyzet
http://wigner.elte.hu/koltai/labor/parts/2jegyzet.pdf